# MATEMATYKA

**Lista 6** (badanie funkcji, całkowanie)

**Zad 1.** Przeprowadzić wszechstronne badanie funkcji i wykonać ich wykresy:

$a(x) = x^3 - 3x^2 + 4$, $b(x) = e^{-x^2}$, $c(x) = \frac{x}{1-x^2}$, $d(x) = \frac{x}{e^x}$,
$e(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$, $f(x) = \frac{1-x^3}{x^2}$, $g(x) = \frac{x^3}{x+1}$, $h(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$,
$i(x) = x\operatorname{arctg} x$, $j(x) = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$, $k(x) = \frac{e^x}{x}$, $l(x) = \ln(x^2+1)$,
$m(x) = x - \ln(x+1)$, $n(x) = \frac{\ln x}{x}$, $o(x) = (x-3)\sqrt{x}$, $p(x) = x^{\frac{x-3}{x+1}}$,
$r(x) = (x+1)^{\frac{2}{3}} - (x-1)^{\frac{2}{3}}$, $s(x) = x\ln x$, $t(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$, $u(x) = 3 - \frac{4}{x} - \frac{4}{x^2}$,
$v(x) = \sin x - \sin^2 x$, $x(t) = t2^{\frac{1}{t}}$, $y(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, $z(x) = \arcsin\frac{1-x^2}{1+x^2}$

**Zad 2.** Oblicz podane całki nieoznaczone

*a)* $\int\left(5x^2 - 6x + 3 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}\right)dx$, *b)* $\int\left(3\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{x^3} - 2x\sqrt{x}\right)dx$, *c)* $\int\frac{(x^2-1)^3}{x}\,dx$,
*d)* $\int(x^2-x+1)(x^2+x+1)\,dx$, *e)* $\int\frac{x^3+\sqrt{3}x^2-1}{\sqrt{x}}\,dx$, *f)* $\int\frac{1-x}{1-\sqrt[3]{x}}\,dx$,
*g)* $\int\frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}\,dx$, *h)* $\int\frac{\sqrt{x}-2\sqrt[3]{x^2}+4\sqrt[4]{5x^3}}{6\sqrt[3]{x}}\,dx$, *i)* $\int\frac{e^{-2x}-4}{e^{-x}+2}\,dx$.

**Zad 3.** Stosując odpowiednie podstawienia obliczyć podane całki nieoznaczone

*a)* $\int\frac{1}{x+2009}\,dx$, *b)* $\int(5-3x)^{2009}\,dx$, *c)* $\int\frac{x\,dx}{x^2+1}$, *d)* $\int\frac{x\,dx}{(x^2+3)^6}$,
*e)* $\int\frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$, *f)* $\int\frac{\sqrt{1+4x}}{x}\,dx$, *g)* $\int(x+1)\sin(x^2+2x+2)\,dx$, *h)* $\int\frac{\ln x}{x}\,dx$,
*i)* $\int\frac{\cos x\,dx}{\sqrt{1+\sin x}}$, *j)* $\int\frac{(3x+2)\,dx}{3x^2+4x+7}$, *k)* $\int x^2\sqrt[5]{5x^3+1}\,dx$, *l)* $\int xe^{-x^2}\,dx$,
*m)* $\int x^3e^{x^2}\,dx$, *n)* $\int 6^{1-x}\,dx$, *o)* $\int\frac{5\sin x\,dx}{3-2\cos x}$, *p)* $\int\sin^3 x\,dx$.

**Zad 4.** Korzystając z twierdzenia o całkowaniu przez części obliczyć całki

a) $\int x\sin x\,dx$, b) $\int xe^{-x}\,dx$, c) $\int\ln(x+1)\,dx$, d) $\int x\cos^2 x\,dx$,

e) $\int\cos\ln x\,dx$, f) $\int x^2 2^x\,dx$, g) $\int e^{2x}\sin x\,dx$, h) $\int\frac{\arccos x\,dx}{\sqrt{x+1}}$,

i) $\int\sqrt{x}\operatorname{arctg}\sqrt{x}\,dx$, j) $\int\frac{x\,dx}{\cos^2 x}$, k) $\int\log_3 x\,dx$, l) $\int x^2e^x\sin x\,dx$.

**Zad 5.** Obliczyć podane całki z funkcji wymiernych

a) $\int\frac{dx}{x^2-4x+4}$, b) $\int\frac{(6x+3)dx}{x^2+x+4}$, c) $\int\frac{(4x+2)dx}{x^2-10x+29}$, d) $\int\frac{(x-1)dx}{9x^2+6x+2}$,

e) $\int\frac{(x+2)dx}{x(x-2)}$, f) $\int\frac{x^2\,dx}{x+1}$, g) $\int\frac{dx}{(x-1)x^2}$, h) $\int\frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$,

i) $\int\frac{(4x+1)dx}{2x^2+x+1}$, j) $\int\frac{(3x-1)dx}{x^2-x+1}$, k) $\int\frac{dx}{x^2+2x+8}$, l) $\int\frac{2dx}{x^2+6x+18}$,

m) $\int\frac{(4x+1)dx}{2x^2+x+1}$, n) $\int\frac{x^2\,dx}{x^2+2x+5}$, o) $\int\frac{(2x^4+5x^2-2)dx}{2x^3-x-1}$, p) $\int\frac{dx}{(x-2)^2(x+3)^3}$.

**Zad 6.** Obliczyć podane całki oznaczone

a) $\int_1^2\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$, b) $\int_0^1\frac{x-1}{x+1}\,dx$, c) $\int_0^9\frac{dx}{x^2+9}$, d) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\frac{dx}{x^2-1}$,

e) $\int_{\frac{1}{e}}^{e}\ln x\,dx$, f) $\int_\pi^{2\pi}(\sin x+\cos^2 x)\,dx$, g) $\int_1^6\frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}\,dx$,

h) $\int_1^3\frac{x\,dx}{\sqrt{x+1}}$, i) $\int_0^\pi\sin^2 x\cos x\,dx$, j) $\int_0^\pi x(1+\cos x)\,dx$, k) $\int_0^1\frac{x^3\,dx}{x^8+1}$.

l) $\int_{-2}^2\left||x|-1\right|dx$, m) $\int_0^4\frac{|x-1|\,dx}{|x-2|+|x-3|}$, n) $\int_{-2}^2\operatorname{sgn}(x-x^2)\,dx$, o) $\int_1^3 x\lfloor x\rfloor\,dx$,

p) $\int_{\frac{1}{2}}^1\lfloor\ln x\rfloor\,dx$, r) $\int_0^2\sqrt{x^4-4x^2+4}\,dx$, s) $\int_{-\pi}^{\pi}\left|\sin x+\frac{1}{2}\right|dx$, t) $\int_2^\pi e^{\lfloor x\rfloor}\,dx$.